



# استاتیک با متلب

<http://mmnrecipes.blogspot.com>

۵-۶ برای طراحی یک دستگاه روبوتیک، از دو مکانیزم میله‌ای استفاده شده است. میله‌های  $AC$  و  $BD$  توسط قطعه لغزان  $D$  به هم متصل شده‌اند. با صرف نظر از اصطکاک، کوپل  $M_A$  برای تعادل میله‌ها را بر حسب  $\theta$  محاسبه و آن را در گستره  $0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$  رسم کنید. برای همین گستره  $\theta$ ، مقدار نیروی  $F$  وارده از عضو  $AC$  بر قطعه لغزان را محاسبه و رسم کنید.

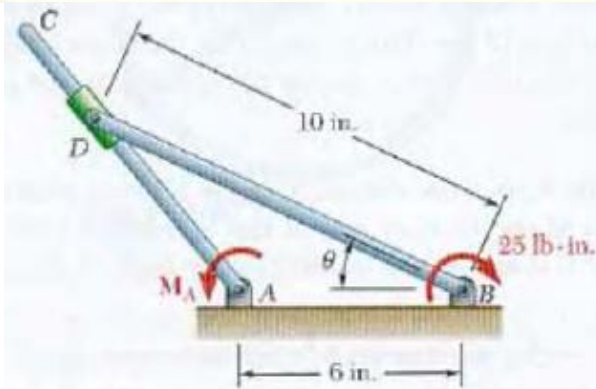
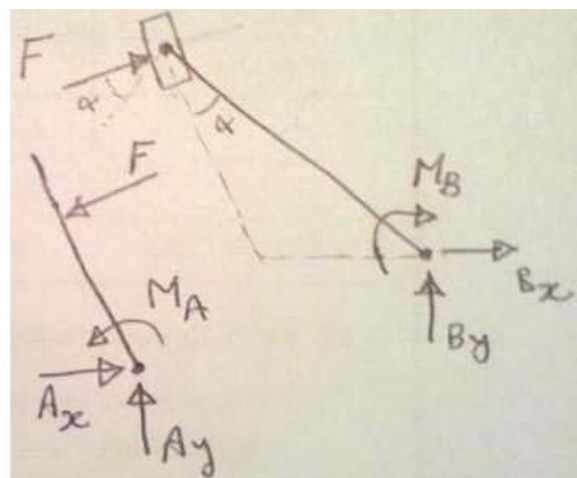
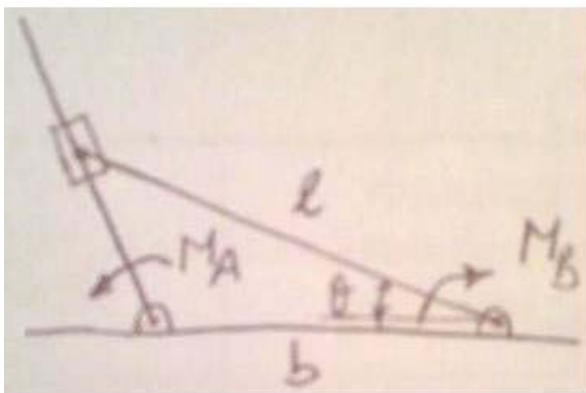


Fig. P6.C5



$$AD = \sqrt{b^2 + L^2 - 2bL\cos\theta}$$

$$\frac{b}{\sin\alpha} = \frac{AD}{\sin\theta} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{b}{AD}\sin\theta \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{AD}\sin\theta\right)^2}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -M_B + F\cos\alpha.L = 0 \Rightarrow F = \frac{M_B}{L\cos\alpha}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - F.AD = 0 \Rightarrow M_A = F.AD$$

```
% stat6c5
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 350
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com
```

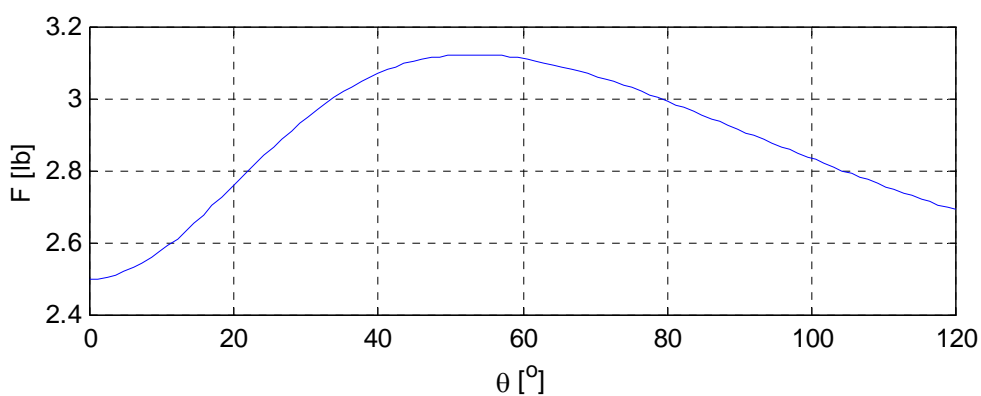
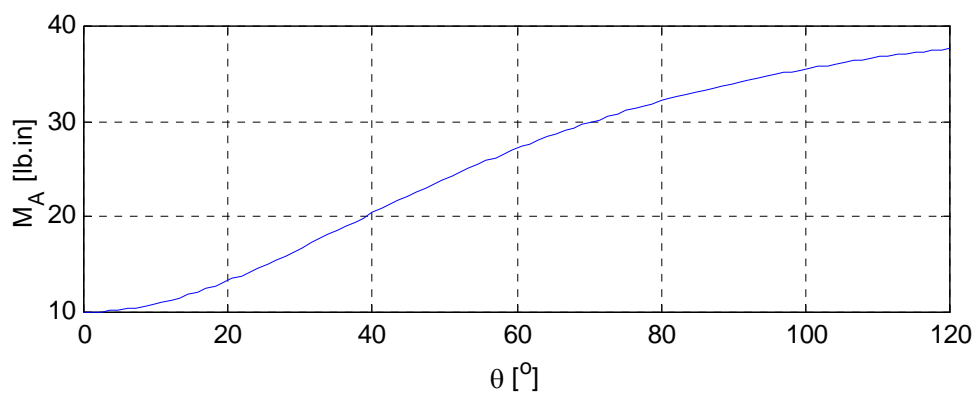
```
clear,close all
```

```
L=10; % in
b=6; % in
MB=25;% lb.in
```

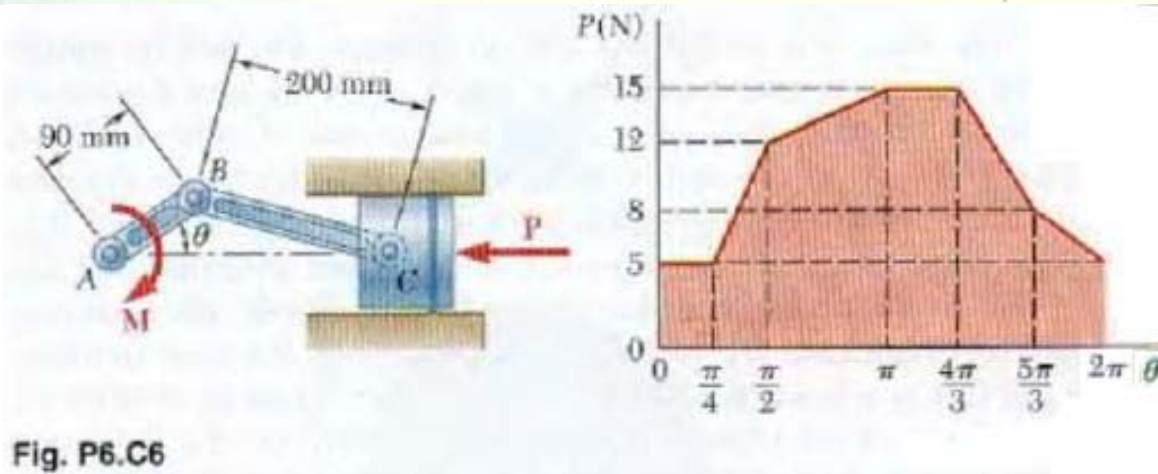
```
teta=linspace(0,120)*pi/180;
AD=sqrt(b^2+L^2-2*b*L*cos(teta));
calfa=sqrt(1-(b*sin(teta)./AD).^2);
F=MB./(L*calfa);
MA=F.*AD;
```

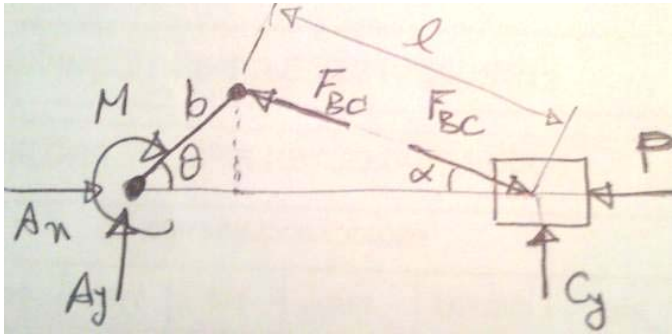
```
subplot(2,1,1)
plot(teta*180/pi,MA)
grid
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('M_A [lb.in]')
```

```
subplot(2,1,2)
plot(teta*180/pi,F)
grid
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('F [lb]')
```



۶-۶ مقدار نیروی  $P$  وارده بر پیستون یک موتور در یک دور کامل لنگ  $AB$  در شکل نشان داده شده است. مقدار کوپل  $M$  مورد نیاز برای تعادل سیستم را بر حسب تابعی از  $\theta$  در گستره  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  رسم کنید.





$$P(\theta) = \begin{cases} 5 & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{4} \\ -2 + \frac{28\theta}{\pi} & \frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ 9 + \frac{6\theta}{\pi} & \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi \\ 15 & \pi \leq \theta < \frac{4\pi}{3} \\ 43 - \frac{21\theta}{\pi} & \frac{4\pi}{3} \leq \theta < \frac{5\pi}{3} \\ 23 - \frac{9\theta}{\pi} & \frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\frac{L}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{b}{L} \sin \theta \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{L} \sin \theta\right)^2}$$

$$\text{for piston: } \sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC} \cos \alpha - P = 0 \Rightarrow F_{BC} = \frac{P}{\cos \alpha}$$

$$\text{for crank: } \sum M_A = 0 \Rightarrow -M + F_{BC} \cos \alpha b \sin \theta + F_{BC} \sin \alpha b \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow M = F_{BC} \cos \alpha b \sin \theta + F_{BC} \sin \alpha b \cos \theta = P b \sin \theta + \frac{P b^2 \sin 2\theta}{2\sqrt{L^2 - (b \sin \theta)^2}}$$

```
% stat6c6
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 350
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com

clear,close all

teta=linspace(0,2*pi);
P=P6c6(teta);

L=200e-3;% m
b=90e-3; % m
F_BC=P./sqrt(1-(b*sin(teta)/L).^2);
M=b*sin(teta).*(P+b*F_BC.*cos(teta)/L);

subplot(2,1,1)
plot(teta*180/pi,P)
set(gca,'XTick',[0,1/4,1/2,1,4/3,5/3,2]*180,'YTick',[0,5,8,12,15])
grid, axis([0 360 0 16])
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('P [N]')

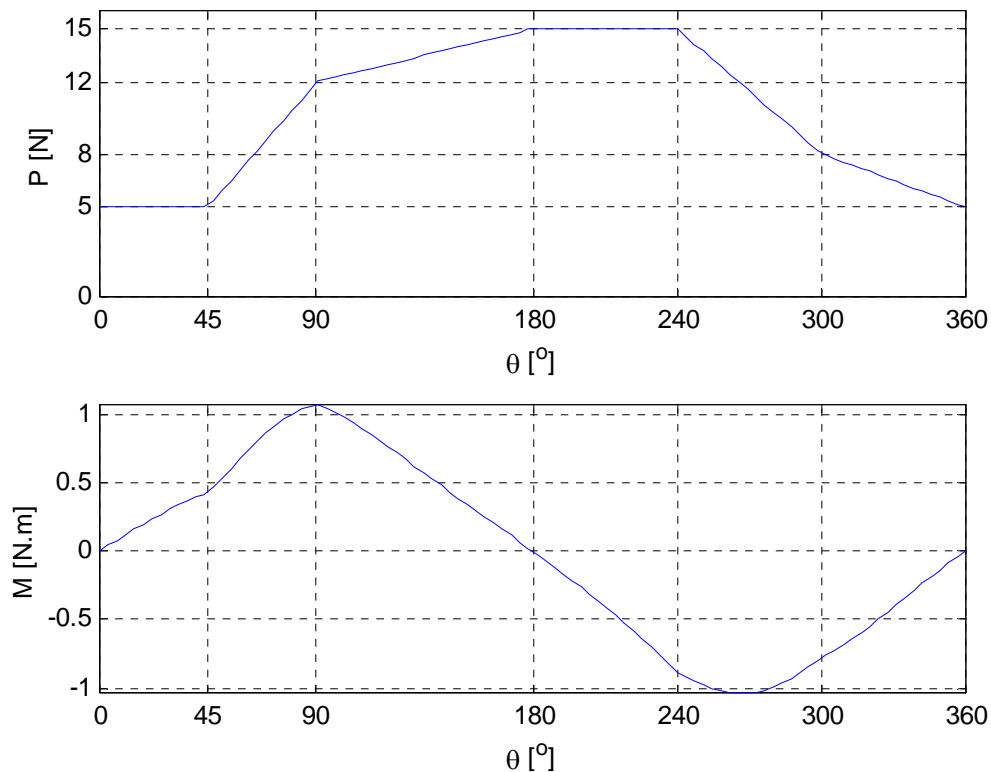
subplot(2,1,2)
plot(teta*180/pi,M)
set(gca,'XTick',[0,1/4,1/2,1,4/3,5/3,2]*180)
grid, axis([0 360 -inf inf])
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('M [N.m]')
```

```

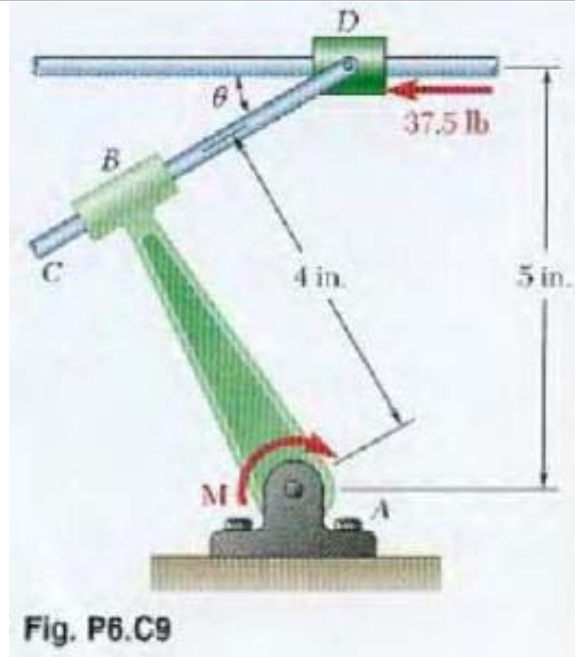
function P=P6c6(teta)
P=zeros(size(teta));
ind=find((teta>=0)&(teta<pi/4));
P(ind)=5*ones(size(ind));
ind=find((teta>=pi/4)&(teta<pi/2));
P(ind)=5+28*(teta(ind)-pi/4)/pi;
ind=find((teta>=pi/2)&(teta<pi));
P(ind)=12+6*(teta(ind)-pi/2)/pi;
ind=find((teta>=pi)&(teta<4*pi/3));
P(ind)=15*ones(size(ind));
ind=find((teta>=4*pi/3)&(teta<5*pi/3));
P(ind)=15-21*(teta(ind)-4*pi/3)/pi;
ind=find((teta>=5*pi/3)&(teta<=2*pi));
P(ind)=8-9*(teta(ind)-5*pi/3)/pi;

```

stat6c6

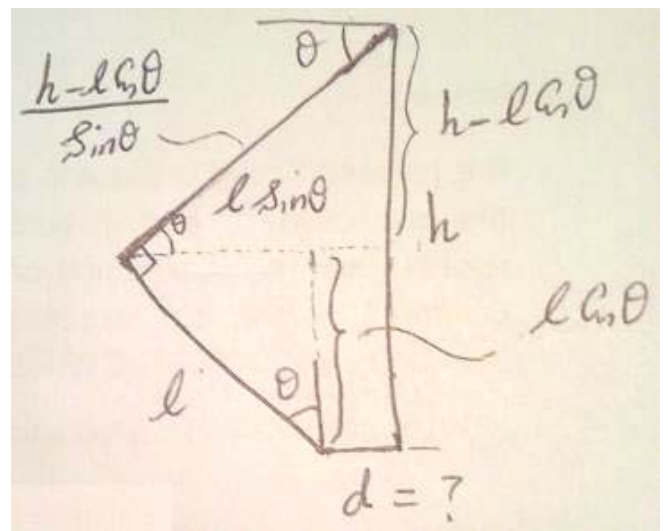
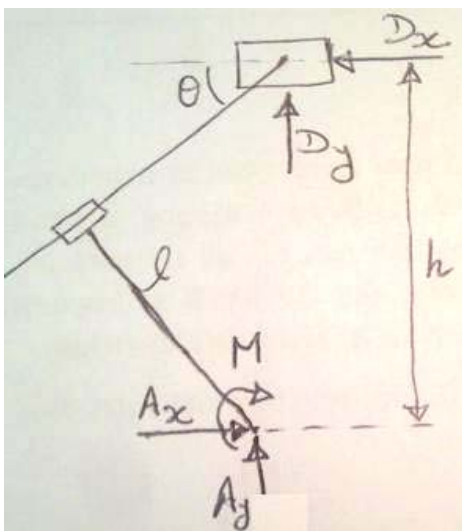
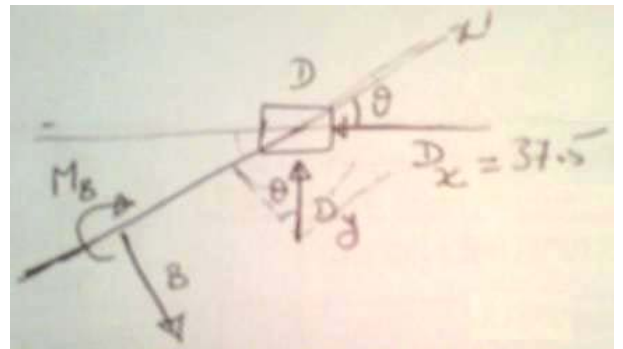


۶-ک ۹ میله  $CD$  به بوش  $D$  متصل است و از بوشی که به انتهای  $B$  بازوی  $AB$  جوش شده است گذشته است. به عنوان گام اولیه در طراحی بازوی  $AB$ ، مقدار  $M$  کوپل مورد نیاز را به صورت تابعی از  $\theta$  محاسبه و آن را با استفاده از نرم افزار محاسباتی در گستره  $15^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  رسم کنید مقدار  $\theta$  متناظر با  $M$  می نیمم، و این مقدار می نیمم را بیابید.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow D_y \sin \theta - D_x \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow D_y = D_x \cot \theta$$



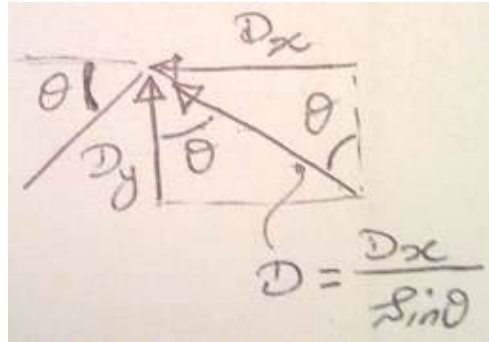
$$d = \frac{h - L \cos \theta}{\sin \theta} \cos \theta - L \sin \theta = h \cot \theta - \frac{L}{\sin \theta}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow h.D_x + d.D_y - M = 0$$

$$M = h.D_x + d.D_y =$$

$$= h.D_x + \left( h \cot \theta - \frac{L}{\sin \theta} \right) D_x \cot \theta =$$

$$= \frac{h - L \cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{D_x}{\sin \theta}$$



```
% stat6c9
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 351
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com

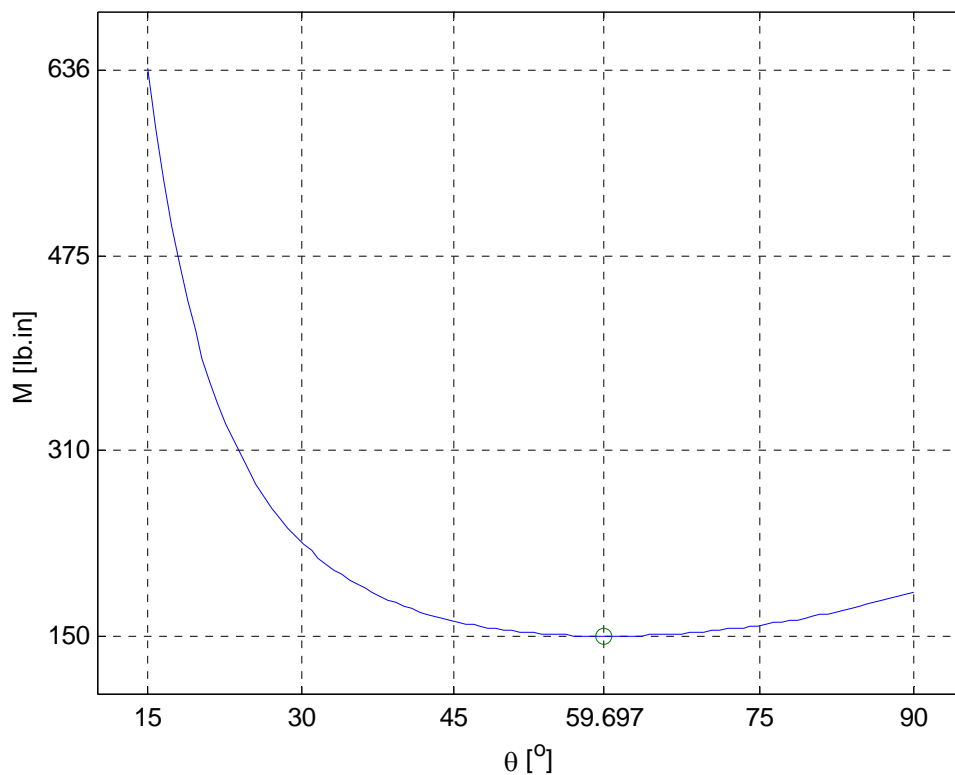
clear,close all

teta=linspace(15,90)*pi/180;

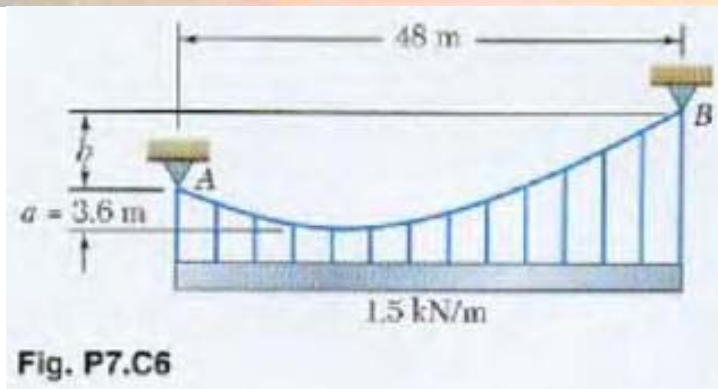
Dx=37.5;% lb
h =5;    % in
L =4;    % in
M =(h-L*cos(teta))*Dx./sin(teta).^2;

[Mmin,ind]=min(M);
tetam=teta(ind);

plot(teta*180/pi,M,tetam*180/pi,Mmin,'o')
set(gca,'XTick',[15:15:45,tetam*180/pi,75,90],...
'YTick',[150,310,475,636])
grid, axis([10 95 100 685])
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('M [lb.in]')
```



۷-ک ۶ کابل  $AB$  باریک‌نواخت توزیعی را، مطابق شکل، در امتداد افق تحمل می‌کند. پایین‌ترین نقطه کابل در فاصله  $a = 3.6$  m زیر تکیه‌گاه  $A$  است، و تکیه‌گاه  $B$  در فاصله  $b = na$  بالای  $A$  قرار دارد. (الف) کشش ماکزیمم را به صورت تابعی از  $n$  بیابید. (ب) کشش ماکزیمم را در کابل برای  $2 \leq n \leq 6$  رسم کنید.



$$y_A = a = \frac{\omega x_A^2}{2T_0}$$

$$y_B = a + b = a + na = (n+1)a = \frac{\omega x_B^2}{2T_0}$$

$$\frac{y_B}{y_A} = n+1 = \left(\frac{x_B}{x_A}\right)^2 \Rightarrow x_B = -x_A \sqrt{n+1}$$

$$x_B - x_A = L = 48 \Rightarrow -x_A \sqrt{n+1} - x_A = L \Rightarrow x_A = -\frac{L}{n}(\sqrt{n+1}-1), x_B = \frac{L}{n}(n+1-\sqrt{n+1})$$

$$T_0 = \frac{\omega x_A^2}{2a} = \frac{\omega L^2}{2an^2}(\sqrt{n+1}-1)^2$$

$$T_{max} = T_B = \sqrt{T_0^2 + (\omega x_B)^2} = \left[ \frac{\omega^2 L^4}{4a^2 n^4} (\sqrt{n+1}-1)^4 + \frac{\omega^2 L^2}{n^2} (n+1-\sqrt{n+1})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

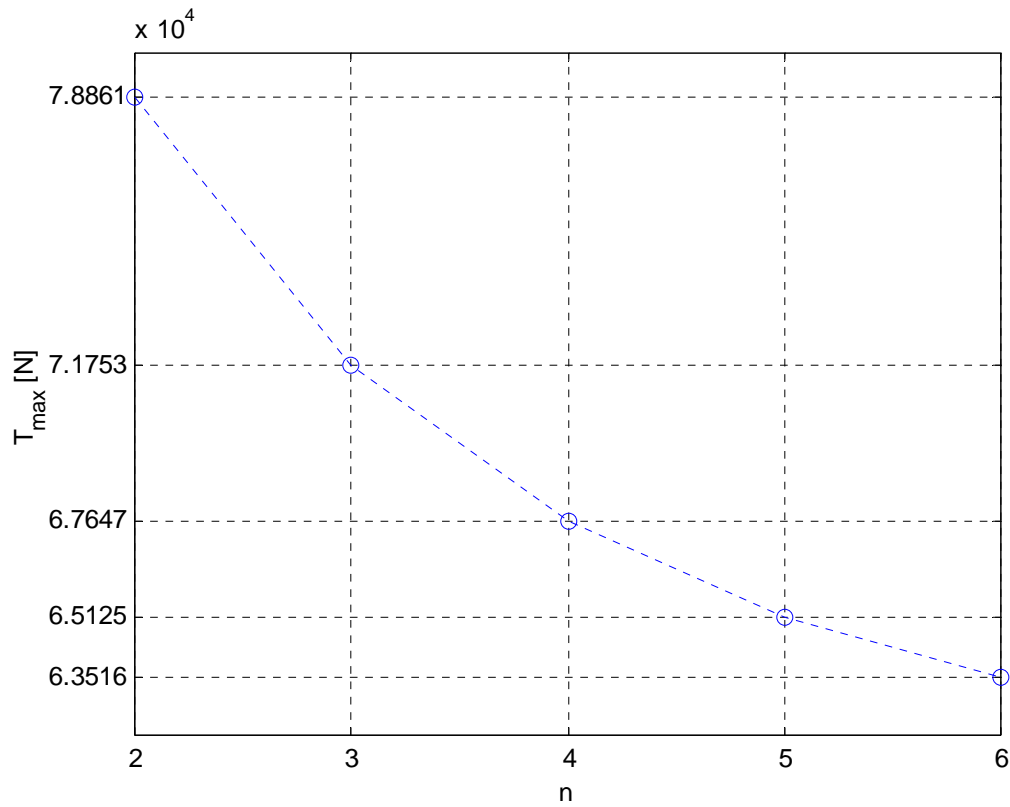
```
% stat7c6
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 409
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com
```

```
clear,close all
```

```
L=48; % m
w=1500;% N/m
a=3.6; % m
```

```
n=2:6;
xA=-L*(sqrt(n+1)-1)./n;
xB=L*(n+1-sqrt(n+1))./n;
T0=w*xA.^2/(2*a);
Tmax=sqrt(T0.^2+(w*xB).^2);
```

```
plot(n,Tmax,'o:')
set(gca,'XTick',n,'YTick',sort(Tmax))
grid
xlabel('n')
ylabel('T_{max} [N]')
```



P	.	B	A	0.3 kg/m	30 m	7	7
:				5 N	75 N	0	
					L	( )	h ( )

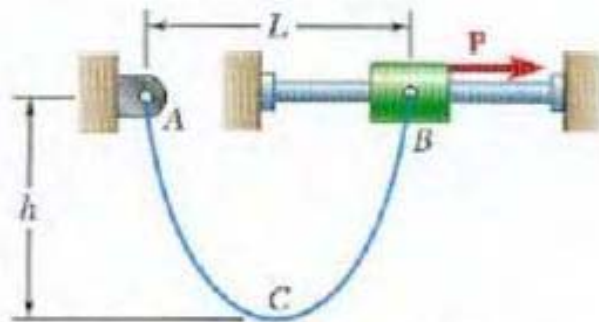


Fig. P7.126, P7.127, and P7.128

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \omega = 0.3g, s_T = 30 \text{ m}$$

$$T_0 = P = \omega c \Rightarrow c = P / \omega$$

$$s_B = s_T = 15 \text{ m}$$

$$y_B^2 = (h + c)^2 = c^2 + s_B^2 \Rightarrow h = -c + \sqrt{c^2 + s_B^2}$$

$$s_B = c \sinh \frac{x_B}{c} \Rightarrow x_B = c \sinh^{-1} \frac{s_B}{c}$$

$$L = 2x_B = 2c \sinh^{-1} \frac{s_B}{c}$$

$$\text{if } P = 0 \Rightarrow c = 0, y_B = h = s_B = \frac{s_T}{2} = 15, L = 0$$

```
% stat7c7
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 409
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com

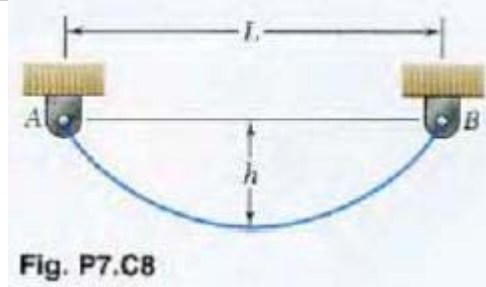
clear,clc

g=9.81;      % m/s^2
w=0.3*g;    % N/m
sT=30;      % m
P=(5:5:75)'; % N
sB=sT/2;
c=P/w;
h=-c+sqrt(c.^2+sB^2);
L=2*c.*asinh(sB./c);
P(1)=0;h(1)=15;L(1)=0;

disp(' -----')
disp('      P [N]      h [m]      L [m]')
disp(' -----')
disp([P,h,L])
```

P [N]	h [m]	L [m]
0	15.0000	0
10.0000	11.9821	14.8871
15.0000	10.7454	18.3513
20.0000	9.6718	20.8312
25.0000	8.7436	22.6590
30.0000	7.9422	24.0336
35.0000	7.2499	25.0845
40.0000	6.6502	25.8996
45.0000	6.1291	26.5405
50.0000	5.6742	27.0507
55.0000	5.2752	27.4617
60.0000	4.9236	27.7965
65.0000	4.6121	28.0719
70.0000	4.3348	28.3008
75.0000	4.0868	28.4926

۷-۸ تجهیزات یک خط انتقال قدرت متشکل است از کابلی به طول  $s_{AB}$  که جرم طول واحد آن  $m'$  است و، مطابق شکل، بین دو نقطه هم سطح آویزان شده است. با استفاده از نرم افزار محاسباتی، جدولی بسازید که برای طراحی تجهیزات بعدی مورد استفاده قرار گیرد. این جدول باید شامل کمیت های بی بعد  $s_{AB}/L$ ،  $h/L$ ،  $T_0/m'gL$  و  $T_{max}/m'gL$  برای مقادیر  $c/L$  از ۰٫۲ تا ۰٫۵، با نمونه های ۰٫۲۵، و از ۱ تا ۴ با نمونه های ۰٫۵ باشد.



$$h = c \cosh\left(\frac{L/2}{c}\right) \Rightarrow \bar{h} = \frac{h}{L} = \bar{c} \cosh\left(\frac{1}{2\bar{c}}\right); \quad \bar{c} = \frac{c}{L}$$

$$\frac{s_{AB}}{2} = c \sinh\left(\frac{L/2}{c}\right) \Rightarrow \bar{s}_{AB} = \frac{s_{AB}}{L} = 2\bar{c} \sinh\left(\frac{1}{2\bar{c}}\right)$$

$$T_0 = \omega c = m' g c \Rightarrow \bar{T}_0 = \frac{T_0}{m' g L} = \bar{c}$$

$$T_{max} = \omega y_B = m' g (c + h) \Rightarrow \bar{T}_{max} = \frac{T_{max}}{m' g L} = \bar{c} + \bar{h} = \bar{c} \left[1 + \cosh\left(\frac{1}{2\bar{c}}\right)\right]$$

```
% stat7c8
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 409
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com

clear,clc

cbar = [0.2:0.025:0.5,1:0.5:4]'; % c/L
hbar = cbar.*cosh(1./(2*cbar)); % h/L
sABbar = 2*cbar.*sinh(1./(2*cbar)); % sAB/L
T0bar = cbar; % T0/(m'gL)
Tmaxbar = cbar.*(1+cosh(1./(2*cbar))); % Tmax/(m'gL)

disp(' -----')
disp('      c/L      h/L      sAB/L      T0/(m'gL) Tmax/(m'gL)')
disp(' -----')
disp([cbar,hbar,sABbar,T0bar,Tmaxbar])
```

$c/L$	$h/L$	$s_{AB}/L$	$T_0/(m'gL)$	$T_{max}/(m'gL)$
0.2000	1.2265	2.4201	0.2000	1.4265
0.2250	1.0503	2.0519	0.2250	1.2753
0.2500	0.9405	1.8134	0.2500	1.1905
0.2750	0.8694	1.6495	0.2750	1.1444
0.3000	0.8225	1.5317	0.3000	1.1225
0.3250	0.7917	1.4439	0.3250	1.1167
0.3500	0.7722	1.3766	0.3500	1.1222
0.3750	0.7607	1.3238	0.3750	1.1357
0.4000	0.7554	1.2815	0.4000	1.1554
0.4250	0.7546	1.2472	0.4250	1.1796
0.4500	0.7576	1.2188	0.4500	1.2076
0.4750	0.7634	1.1952	0.4750	1.2384
0.5000	0.7715	1.1752	0.5000	1.2715
1.0000	1.1276	1.0422	1.0000	2.1276
1.5000	1.5841	1.0186	1.5000	3.0841
2.0000	2.0628	1.0104	2.0000	4.0628
2.5000	2.5502	1.0067	2.5000	5.0502
3.0000	3.0418	1.0046	3.0000	6.0418
3.5000	3.5358	1.0034	3.5000	7.0358
4.0000	4.0313	1.0026	4.0000	8.0313

۷-ک ۹ یک برق کار در حال نصب کابل الکتریکی به وزن  $2 \text{ lb/ft}$  است. وقتی آهسته از نردبان بالا می رود، کابل را از پولی باز می کند به طوری که کشش  $T_B$  در نقطه  $B$  کابل  $1/2 \text{ lb}$  است. وقتی برق کار روی زمین است،  $h = 4 \text{ ft}$ . مقدار نیروی وارده از کابل را بر دست برق کار به صورت تابعی از  $h$  برای  $4 \text{ ft} \leq h \leq 16 \text{ ft}$  رسم کنید.

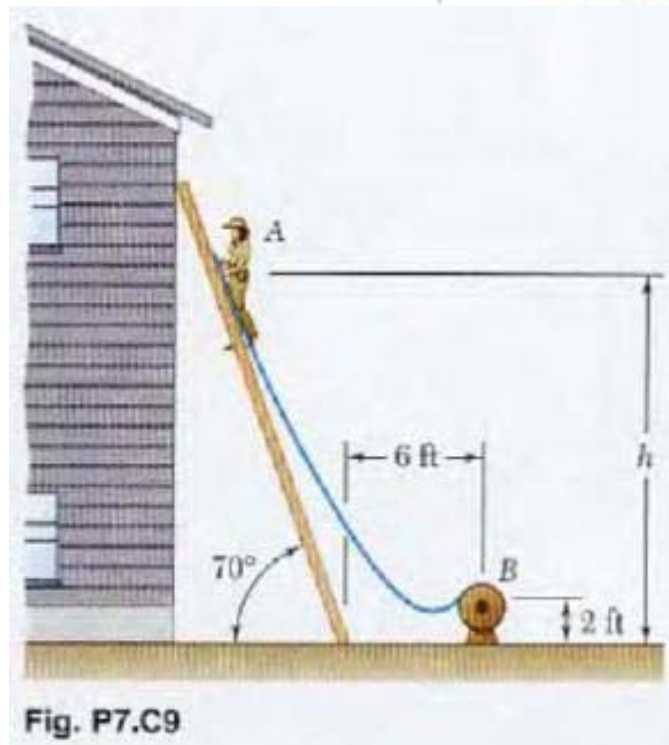


Fig. P7.C9

$$T_B = \omega y_B \Rightarrow y_B = \frac{T_B}{\omega} = \frac{1.2}{0.2} = 6 \text{ ft}$$

$$y_A|_0 - y_B = 2 \Rightarrow y_A|_0 = y_B + 2 = 6 + 2 = 8 \text{ ft}$$

$$y_A - h = y_A|_0 - h|_0 = 8 - 4 = 4 \Rightarrow y_A = h + 4 \text{ ft}$$

$$T_A = \omega y_A = 0.2 y_A \text{ lb}$$

```
% stat7c9
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 409
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com
```

```
clear,close all
```

```
w=0.2;
```

```
h=linspace(4,16);
```

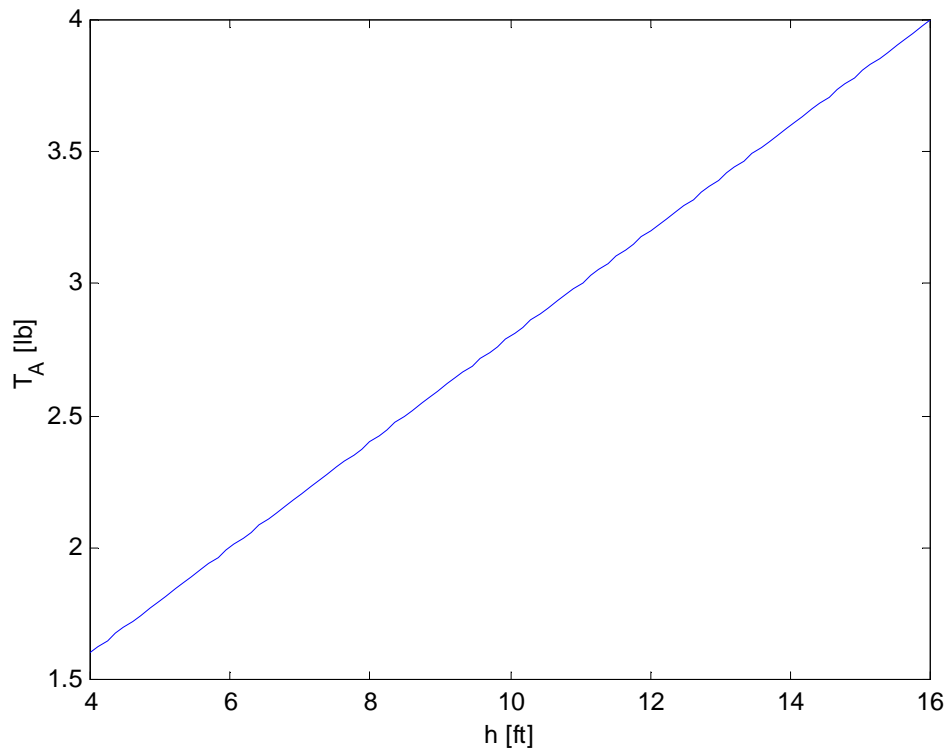
```
yA=h+4;
```

```
TA=w*yA;
```

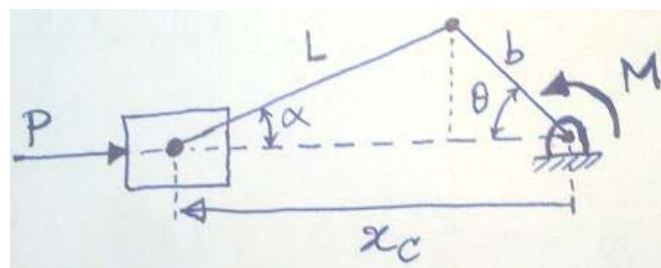
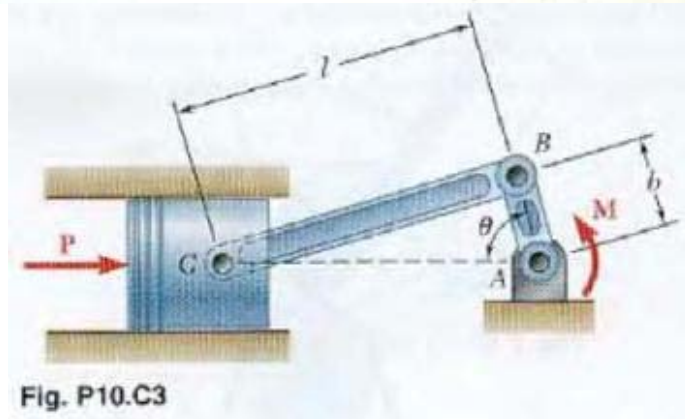
```
plot(h,TA)
```

```
xlabel('h [ft]')
```

```
ylabel('T_A [lb]')
```



۱۰-۳ با اعمال کوپل  $M$  بر لنگ  $AB$  و نیروی  $P$  بر پیستون، سیستم نشان داده شده در تعادل است. (الف) اگر  $b = 48 \text{ mm}$  و  $l = 150 \text{ mm}$ ، با استفاده از نرم افزار محاسباتی، نسبت  $M/P$  را به صورت تابعی از  $\theta$  برای گستره  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  رسم کنید. (ب) مقدار  $\theta$  متناظر با ماکزیمم  $M/P$ ، و نیز این مقدار ماکزیمم را بیابید.



$$\frac{L}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{b}{L} \sin \theta \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{L} \sin \theta\right)^2}$$

$$x_c = b \cos \theta + L \cos \alpha = b \cos \theta + \sqrt{L^2 - (b \sin \theta)^2} \Rightarrow \delta x_c = \left(-b \sin \theta - \frac{b^2 \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{L^2 - (b \sin \theta)^2}}\right) \delta \theta$$

$$\delta U = -M \delta \theta - P \delta x_c = -M \delta \theta + P \left(b \sin \theta + \frac{b^2 \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{L^2 - (b \sin \theta)^2}}\right) \delta \theta = 0$$

$$\Rightarrow \frac{M}{P} = b \sin \theta \left(1 + \frac{b \cos \theta}{\sqrt{L^2 - (b \sin \theta)^2}}\right)$$

```
% stat10c3
% Beer, Johnston & Eisenberg, 7th ed., Page: 597-598
%
% Solution by: Mehdi Mosafer
% http://mmnrecipes.blogspot.com
```

```
clear,close all
```

```
b=48e-3; % m
```

```
L=150e-3;% m
```

```
teta=linspace(0,pi);
```

```

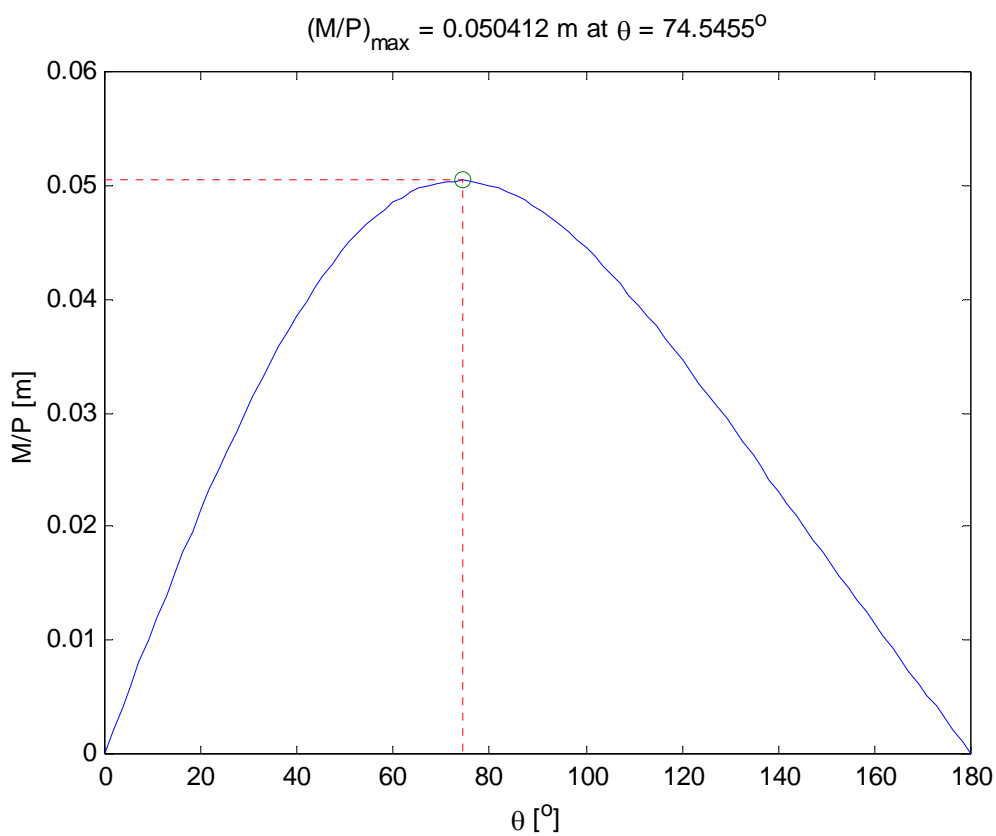
MperP=b*sin(teta).*(1+b*cos(teta)./sqrt(L^2-(b*sin(teta)).^2));

[Mmax,ind]=max(MperP);
tetam=teta(ind);

MperPm=b*sin(tetam)*(1+b*cos(tetam)/sqrt(L^2-(b*sin(tetam))^2));

plot(teta*180/pi,MperP,tetam*180/pi,MperPm,'o',...
      [teta(1),tetam,tetam]*180/pi,[MperPm,MperPm,MperP(1)],':')
title(['(M/P)_{max} = ',num2str(MperPm),' m at \theta = ',...
       num2str(tetam*180/pi),'^\circ'])
xlabel('\theta [^\circ]')
ylabel('M/P [m]')

```



**Pitfall**



گوشزد

- 
- 
- 
- 

<http://mmnrecipes.blogspot.com>

( )

[mmnrecipes@yahoo.com](mailto:mmnrecipes@yahoo.com)

:

(a

.1384

(b

.1369

(c

.1383

d) Beer, Johnston, Eisenberg; Vector Mechanics for Engineers, Statics, 7<sup>th</sup> ed., Mc Graw Hill, 2004.